
Exercícios Resolvidos de Física Básica

Jason Alfredo Carlson Gallas, professor titular de física teórica,
Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha

Universidade Federal da Paraíba (João Pessoa, Brasil)
Departamento de Física



Baseados na **SEXTA** edição do “Fundamentos de Física”, Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: <http://www.fisica.ufpb.br/~jgallas>

Contents

31 Lei de Ampère	2
31.1 Questões	2
31.2 Problemas e Exercícios	2
31.2.1 Cálculo do Campo Magnético – 1/26	2
31.2.2 Dois Condutores Paralelos – 27/39	4
31.2.3 Lei de Ampère – 40/52	6
31.2.4 Solenóides e Toróides – 53/73	6
31.2.5 Problemas extras	7

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para [jasongallas @ yahoo.com](mailto:jasongallas@yahoo.com) (sem “br” no final...)
(listaq3.tex)

31 Lei de Ampère

31.1 Questões

Q 31-7.

A Fig. 31-23 mostra uma vista de cima de quatro fios paralelos transportando correntes iguais e de mesmo sentido. Qual é a direção e o sentido da força sobre o fio da esquerda, causada pelas correntes nos outros três fios?

► Fios com correntes paralelas atraem-se. Portanto a força atuará na diagonal horizontal, da esquerda para a direita. As componentes verticais cancelam-se.

Q 31-12.

► Tenderá para uma espira circular, pois fios com correntes anti-paralelas repelem-se.

31.2 Problemas e Exercícios

31.2.1 Cálculo do Campo Magnético – 1/26

E 31-3.

Um topógrafo está usando uma bússola a 6 m abaixo de uma linha de transmissão na qual existe uma corrente constante de 100 A. (a) Qual é o campo magnético no local da bússola em virtude da linha de transmissão? (b) Isso irá interferir seriamente na leitura da bússola? A componente horizontal do campo magnético da Terra no local é de $20 \mu\text{T}$.

► (a) A magnitude do campo magnético devido à corrente no fio, a uma distância r do fio é dada por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

Para $r = 6.0$ m encontramos

$$\begin{aligned} B &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(100)}{2\pi 6} \\ &= 3.3 \times 10^{-6} \\ &= 3.3 \mu\text{T}. \end{aligned}$$

(b) O valor acima é aproximadamente $1/6$ da magnitude do campo terrestre. Portanto, ele irá afetar a leitura da bússola.

E 31-7.

Em uma localidade nas Filipinas, o campo magnético da Terra de $39 \mu\text{T}$ é horizontal e aponta para o norte. Exatamente a 8 cm acima de um fio retilíneo longo, que transporta uma corrente constante o campo resultante é zero. Quais são (a) a intensidade e (b) o sentido da corrente?

► (a) O campo devido ao fio, num ponto a 8 cm do fio deve valer $39 \mu\text{T}$ e deve apontar para o sul, de modo a cancelar o campo dado. Como o $B = \mu_0 i / (2\pi r)$, encontramos

$$\begin{aligned} i &= \frac{2\pi r B}{\mu_0} \\ &= \frac{2\pi(0.080)(39 \times 10^{-6})}{4\pi \times 10^{-7}} \\ &= 16 \text{ A}. \end{aligned}$$

(b) A corrente deve fluir do oeste para o leste de modo a produzir um campo direcionado para o sul em pontos abaixo do fio.

P 31-11.

O fio mostrado na Fig. 31-31 transporta uma corrente i . Que campo magnético $\mathbf{B}$ é produzido no centro C do semicírculo (a) por cada segmento retilíneo de comprimento L , (b) pelo segmento semicircular de raio R e (c) pelo fio inteiro?

► (a) O campo produzido por cada segmento retilíneo é nulo pois o produto vetorial de $d\mathbf{s}$ com $\mathbf{r}$ é nulo, ao longo de ambos segmentos, uma vez que os dois vetores são paralelos ao longo dos segmentos.

(b) Conforme o Exemplo 31-1, página 186, o campo devido ao segmento semicircular é dirigido para dentro da página e tem uma magnitude dada por (Veja a Eq. 31-5, na pag. 184):

$$dB = \frac{\mu_0 i ds \sin 90^\circ}{4\pi R^2},$$

onde $ds = R d\theta$. Portanto

$$\begin{aligned} B &= \int dB = \int_0^\pi \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R d\theta}{R^2} \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^\pi d\theta \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi R} (\pi - 0) \\ &= \frac{\mu_0 i}{4R}. \end{aligned}$$

(c) O campo total devido ao fio inteiro é a soma dos três campos determinados nos dois itens anteriores, ou seja, coincide com o valor determinado no item (b) acima.

P 31-13.

Use a lei de Biot-Savart para calcular o campo magnético $\mathbf{B}$ em C , o centro comum dos arcos semi-circulares AD e HJ na Fig. 31-33. Os dois arcos de raio R_2 e R_1 , respectivamente, formam parte do circuito $ADJHA$ transportando uma corrente i .

► Usando o resultado obtido no Problema 31-11, concluimos sem grandes problemas que o campo em C aponta para dentro da página e tem magnitude dada por

$$B = \frac{\mu_0 i}{4} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

P 31-16.

Considere o circuito da Fig. 31-36. Os segmentos curvos são arcos de círculos de raios a e b . Os segmentos retilíneos estão ao longo de raios. Determine o campo magnético $\mathbf{B}$ em P , considerando uma corrente i no círculo.

► Conforme a Lei de Biot-Savart, a contribuição para o campo magnético dB devido à seção ds do fio é

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}.$$

Os trechos radiais não contribuem pois nelas o produto vetorial é zero por termos sempre ds paralelo a $\mathbf{r}$. Ao longo de qualquer trecho circular de raio r a magnitude de dB é dada por

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \sin 90^\circ ds = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} ds.$$

Portanto, lembrando a relação entre arco e ângulo, $s = r\theta$, temos

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \int ds = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} s \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi r} \theta. \end{aligned}$$

Considerando como ‘positivo’ o campo que *sai* da página, segue facilmente que

$$\begin{aligned} B &= B_b - B_a \\ &= \frac{\mu_0 i \theta}{4\pi} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right), \end{aligned}$$

direcionado verticalmente para fora do papel.

NOTA: para $\theta = \pi$ o resultado acima recai no do problema 31-13.

P 31-17.

Um segmento retilíneo de fio, de comprimento L , transporta uma corrente i . Mostre que o módulo do campo magnético $\mathbf{B}$ produzido por este segmento, a uma distância R do segmento ao longo de sua mediatriz (veja a Fig. 31-37), é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}.$$

Mostre que esta expressão se reduz a um resultado esperado quando $L \rightarrow \infty$.

► Suponha que o fio esteja sobre o eixo z , com a origem localizada no meio do fio. A lei de Biot e Savart

$$dB = \left| \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\mathbf{z} \times \mathbf{r}}{r^3} \right| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r^2} dz.$$

Observando que

$$r = \sqrt{z^2 + R^2}$$

$$\sin \theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}},$$

encontramos sem muito trabalho que

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i}{4\pi} R \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi} R \frac{1}{R^2} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}} \Big|_{-L/2}^{L/2} \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}. \end{aligned}$$

Para $L \gg R$, podemos ignorar o termo R^2 obtendo $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$, que é o campo de um fio muito comprido. Para pontos muito próximos do fio, ele comporta-se como um fio muito comprido.

P 31-18.

Uma espira quadrada de fio de fio, de lado a , transporta uma corrente i . Mostre que, no centro da espira, o módulo do campo magnético produzido pela corrente é

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}.$$

(Sugestão: Veja o Problema 31-17.)

► O campo no centro da espira quadrada será dado pela soma das quatro contribuições individuais dos quatro segmentos que formam os lados do quadrado.

A contribuição devida a um lado do quadrado pode ser obtida da expressão de B do Problema 31-17, substituindo-se $R = a/2$ e $L = a$. Portanto, o campo no centro da espira é dado por

$$\begin{aligned} B &= 4 \times \frac{\mu_0 i}{2\pi(a/2)} \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4(a/2)^2}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}. \end{aligned}$$

P 31-20.

► O campo devido ao quadrado é a soma vetorial dos campos devidos aos quatro lados do quadrado. Considere, então, apenas um lado. O ponto em que desejamos o campo está sob a reta mediatriz perpendicular a esse lado, a uma distância R que é dada por

$$R = \sqrt{x^2 + a^2/4} = \frac{1}{2}\sqrt{4x^2 + a^2}.$$

Logo, com $L = a$ no resultado do Problema 31-17 obtemos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + 4R^2}} \right].$$

Substituindo o valor de R encontrado acima, chegamos ao seguinte resultado

$$B = \frac{\mu_0 i}{\pi} \left[\frac{a}{\sqrt{4x^2 + a^2}\sqrt{4x^2 + a^2}} \right].$$

A direção deste campo é ortogonal ao plano que contém o lado considerado para o cálculo feito acima e perpendicular ao bissetor desse lado. Pela simetria do problema, vemos que a componente desse campo perpendicular à normal do quadrado deve se anular. Assim, o campo resultante é dado por

$$\begin{aligned} B_r &= 4B \cos \theta = 4B \frac{a/2}{R} \\ &= \frac{4\mu_0 i}{\pi} \left[\frac{a^2}{(4x^2 + a^2)\sqrt{4x^2 + a^2}} \right]. \end{aligned}$$

Como esperado, para $x = 0$ (centro do quadrado), obtemos o resultado do Problema 31-18.

P 31-22.

► A solução é análoga a do Problema 31-17, porém com $R = D$ e trocando-se os limites de integração:

$$\int_{-L/2}^{L/2} \rightarrow \int_{-L}^0.$$

Com isto obtemos facilmente que

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 i D}{4\pi} \int_{-L}^0 \frac{dx}{(x^2 + D^2)^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 i D}{4\pi} \frac{1}{D^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + D^2}} \Big|_{-L}^0 \\ &= \frac{\mu_0 i}{4\pi D} \frac{L}{\sqrt{L^2 + D^2}}. \end{aligned}$$

31.2.2 Dois Condutores Paralelos – 27/39**E 31-28.**

Dois fios paralelos, retilíneos e longos, separados por 0.75 cm estão perpendiculares ao plano da página, como é mostrado na Fig. 31-43. O fio 1 transporta uma corrente de 6.5 A para dentro da página. Qual deve ser a corrente (intensidade e sentido) no fio 2 para que o campo magnético resultante no ponto P seja zero?

► No ponto P , o campo devido à corrente no fio 1 aponta da direita para a esquerda. Portanto, para equilibra-lo, precisamos de um campo apontando da esquerda para a direita, ou seja, a corrente no fio 2 deve estar *saindo da página*. Para determinar seu módulo usamos a condição $B_1 = B_2$ onde

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 i_1}{(2\pi)(0.015 + 0.0075)} \\ &= \frac{\mu_0 6.5}{(2\pi)(0.015 + 0.0075)} \\ &= 5.77 \times 10^{-7} \text{ T}, \\ B_2 &= \frac{\mu_0 i_2}{(2\pi)(0.015)}. \end{aligned}$$

Portanto, de $B_2 = B_1$, obtemos sem dificuldades que

$$i_2 = \frac{0.015}{0.015 + 0.0075} i_1 = \frac{2}{3} i_1 = 4.33 \text{ A.}$$

E 31-30.

A Fig. 31-44 mostra cinco fios longos e paralelos no plano xy . Cada fio transporta uma corrente $i = 3 \text{ A}$ no sentido positivo do eixo x . A separação entre fios adjacentes vale $d = 8 \text{ cm}$. Determine a força magnética por metro exercida sobre cada um dos cinco fios pelos outros fios.

► Consideremos a força no fio bem da esquerda. Para simplificar, enumeremos os 4 fios à direita dele, consecutivamente, da esquerda para a direita, com os números 1, 2, 3 e 4. Temos então

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= \frac{\mu_0 i}{2\pi d} (-\mathbf{k}), \\ \mathbf{B}_2 &= \frac{\mu_0 i}{2\pi(2d)} (-\mathbf{k}), \\ \mathbf{B}_3 &= \frac{\mu_0 i}{2\pi(3d)} (-\mathbf{k}), \\ \mathbf{B}_4 &= \frac{\mu_0 i}{2\pi(4d)} (-\mathbf{k}), \end{aligned}$$

onde $i = 3 \text{ A}$ e $d = 0.08 \text{ m}$. Note que estes campos magnéticos apontam no mesmo sentido, a saber, no sentido negativo de z .

Portanto a força total no fio bem da esquerda é

$$\mathbf{F}_{\text{esq}} = i\mathbf{L} \times (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3 + \mathbf{B}_4).$$

Proceda analogamente para os outros fios, prestando sempre atenção ao definir as distâncias relativas entre os fios.

Note que devido a simetria do problema, a força total no fio do meio será *nula*, enquanto que a força total nos fios equidistantes do fio central será igual em módulo mas apontando em sentidos contrários.

P 31-36.

Na Fig. 31-46, qual é a força por unidade de comprimento, em módulo, direção e sentido, atuando sobre o fio inferior à esquerda? As correntes idênticas i têm os sentidos indicados na figura.

► Chamando de $\mathbf{B}$ o campo total resultante no fio inferior à esquerda e de $\mathbf{F}$ a força total resultante, temos

$\mathbf{F} = i\mathbf{L} \times \mathbf{B}$. Partindo do fio localizado no canto superior esquerdo e numerando-os no sentido horário com rótulos 1, 2 e 3 temos

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3.$$

As componentes horizontal (x) e vertical (y) são, respectivamente,

$$\begin{aligned} B_x &= B_1 - B_2 \cos 45^\circ, \\ B_y &= B_2 \sin 45^\circ + B_3. \end{aligned}$$

Considerando a figura e a expressão do campo gerado por um fio obtemos

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi\sqrt{2}a}.$$

Portanto, observando que $\cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$, temos

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \\ B_y &= \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) = \frac{3\mu_0 i}{4\pi a} \end{aligned}$$

O módulo do campo resultante é

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{\mu_0 i\sqrt{10}}{4\pi a},$$

estando este campo localizado sobre uma reta que faz um ângulo θ , contado no sentido anti-horário a partir da horizontal, onde $\tan \theta = B_y/B_x = 3$, ou seja, $\theta = \arctan 3 \simeq 71^\circ$.

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 i^2 \sqrt{10}}{4\pi a},$$

perpendicular ao vetor $\mathbf{B}$, apontando para a esquerda.

P 31-37.

► (a) O campo B_s devido ao fio que está na parte superior da Fig. 31-47 é tangente ao círculo de raio r centrado no fio e que passa pelo ponto P . Levando-se em conta a regra da mão direita, vê-se que tal campo aponta para cima e para a direita, e faz um ângulo θ com a horizontal, ângulo que é idêntico ao ângulo formado pelo segmento d e o raio r e cujo cosseno é dado por

$$\cos \theta = \frac{d/2}{\sqrt{R^2 + d^2/4}}.$$

Como as correntes são iguais e a distância dos dois fios ao ponto P é a mesma, o campo B_i devido ao fio que está na parte inferior é uma simples reflexão especular do campo B_s , apontando para baixo e para a direita, no

mesmo ângulo θ . Em P , a magnitude de ambos os campos é a mesma:

$$B_s \equiv B_i = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

Assim sendo, as componentes verticais de B_s e B_i cancelam-se enquanto que suas componentes horizontais (ambas dirigidas da esquerda para a direita) reforçam-se. Portanto, a magnitude do campo em P é

$$\begin{aligned} B &= B_s \cos \theta + B_i \cos \theta \\ &= 2 \frac{\mu_0 i}{2\pi \sqrt{R^2 + d^2/4}} \underbrace{\frac{d/2}{\sqrt{R^2 + d^2/4}}}_{\cos \theta} \\ &= \frac{\mu_0 i d}{2\pi(R^2 + d^2/4)} \\ &= \frac{2\mu_0 i d}{\pi(4R^2 + d^2)}. \end{aligned}$$

(b) Como já dissemos, o campo aponta horizontalmente, da esquerda para a direita.

31.2.3 Lei de Ampère – 40/52

E 31-40.

Cada um dos oito condutores mostrados na Fig. 31-50 transporta uma corrente de 2 A para dentro ou para fora da página. Dois caminhos são indicados para a integral de linha $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$. Qual é o valor da integral para (a) o caminho pontilhado e (b) para o caminho tracejado?

► (a) Duas das correntes saem da página enquanto que uma entra, de modo que a corrente líquida englobada pela trajetória pontilhada é de 2 A. Como a trajetória é percorrida no sentido horário, as correntes que entram na página são tomadas positivas enquanto que as que saem são negativas, conforme a regra da mão direita associada com a lei de Ampère. Portanto

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} &= -\mu_0 i \\ &= -(2)(4\pi \times 10^{-7}) \\ &= -2.5 \times 10^{-6} \text{ T}\cdot\text{m}. \end{aligned}$$

(b) Como a corrente líquida é zero neste caso, o valor da integral também é zero.

E 31-41.

► Analogamente ao caso anterior, temos

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} &= \mu_0 (i_0 + 3i_0 + 7i_0 - 6i_0) \\ &= +5\mu_0 i_0. \end{aligned}$$

P 31-45.

► Use a lei de Ampère: $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i$, onde a integral é ao redor de um laço fechado e i é a corrente líquida que flui através do laço. Para o laço tracejado mostrado na Fig. 31-54 temos $i = 0$. A integral é zero ao longo dos trechos superior, à direita e inferior do laço. Ao longo do trecho à esquerda o campo é perpendicular ao elemento $d\mathbf{s}$. Se o comprimento do trecho à esquerda for ℓ , então uma integração simples fornece $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\ell$, onde B é a magnitude do campo no lado esquerdo do laço.

Uma vez que nem B nem ℓ são nulos, temos uma contradição da lei de Ampère.

Concluimos portanto que a geometria das linhas de campo magnético está errada. Na realidade as linhas curvam-se para fora nas extremidades e sua densidade decresce gradualmente, não abruptamente como a figura faz crer.

31.2.4 Solenóides e Toróides – 53/73

E 31-54.

►

$$\begin{aligned} B = \mu_0 n i_0 &= (4\pi \times 10^{-7}) \left(\frac{200}{0.25} \right) (0.3) \\ &= 3 \times 10^{-4} \text{ T}. \end{aligned}$$

P 31-55.

► O campo num solenóide é $B = \mu_0 i(N/\ell)$, onde N é o número de espiras e ℓ é o comprimento do solenóide. Como cada espira tem um comprimento πd , obtemos para o comprimento total L do fio

$$\begin{aligned} L &= 2\pi \frac{d}{2} \frac{B\ell}{\mu_0 i} \\ &= \frac{\pi \times (2.6 \times 10^{-2})(23 \times 10^{-3}) \times 1.3}{(4\pi \times 10^{-7}) \times 18} \\ &= 107.97 \text{ m} \simeq 108 \text{ m}. \end{aligned}$$

E 31-56.

- Para um toróide temos $B = \mu_0 i_o N / (2\pi r)$. Portanto
 (a) para $r = 0.15$ m temos $B = 5.33 \times 10^{-4}$ T;
 (b) para $r = 0.20$ m temos $B = 4.0 \times 10^{-4}$ T.

P 31-62.

► (a) A força magnética deve estar direcionada para o centro da órbita. Para a partícula da órbita mostrada a força $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ está direcionada para fora do centro da órbita, de modo que a partícula deve ser negativa.

(b) Usando a Eq. 16 do Cap. 30, obtemos:

$$R = \frac{mv}{qB},$$

onde q é o valor da carga. Agora, o campo magnético não realiza trabalho sobre a partícula, pelo Teorema da Conservação da Energia, a sua energia cinética deve permanecer constante; portanto, sua velocidade não deve variar. Nos pontos 1 e 2 da trajetória temos $RB = \frac{mv}{q} = \text{constante}$, então

$$R_1 B_1 = R_2 B_2.$$

Para um toróide, pela Eq. 31-22,

$$B = \left(\frac{\mu_0 i_o N}{2\pi} \right) \frac{1}{r}$$

onde r é a distância da partícula ao eixo do toróide. Assim,

$$\frac{R_1}{r_1} = \frac{R_2}{r_2}.$$

Portanto, $R_2 = 9.68$ cm.

E 31-63.

Qual é o momento de dipolo magnético μ do solenóide descrito no exercício 31-54?

►

$$\begin{aligned} \mu &= NiA = Ni\pi r^2 \\ &= 200 \times 0.3 \times \pi (0.05)^2 \\ &= 0.47 \text{ A} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

E 31-66.

► (a)

$$\begin{aligned} \mu &= NiA = Ni\pi R^2 \\ &= 300 \times 0.4 \times \pi \times (0.025)^2 \\ &= 2.36 \text{ A} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

(b) Da Eq. 31-25 temos que

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi z^3}.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} z &= \left(\frac{\mu_0 \mu}{2\pi B} \right)^{1/3} \\ &= \left(\frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi} \frac{2.36}{5 \times 10^{-6}} \right)^{1/3} \\ &= 46 \text{ cm}. \end{aligned}$$

31.2.5 Problemas extras

Coletamos aqui alguns problemas da 3ª edição do livro que não aparecem mais na 4ª edição mas que podem ainda ser úteis.

P 31-74*

Um disco de plástico fino de raio R tem uma carga q uniformemente distribuída sobre sua superfície. O disco gira com uma frequência angular ω em torno do seu eixo. Mostre que: (a) o campo magnético no centro do disco é

$$B = \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R},$$

(b) o momento de dipolo magnético do disco é

$$\mu = \frac{\omega q R^2}{4}.$$

(Sugestão: O disco girando é equivalente a um conjunto de espiras de corrente.)

► (a) Considere um pequeno anel de raio r e espessura dr , contendo uma carga dq dada por

$$dq = \frac{q}{\pi R^2} (2\pi r dr),$$

ou seja, a carga por unidade de área vezes a área do anel. Num tempo $T = 2\pi/\omega$ toda a carga do anel passa por um ponto fixo perto do anel, logo a corrente equivalente é:

$$di = \frac{dq}{T} = \frac{2\pi q r dr / (\pi R^2)}{2\pi/\omega} = \frac{q \omega r dr}{\pi R^2}.$$

Pela Eq. 24, com $z = 0$ (repare na diferença de notação), esse anel gera no centro do disco um campo $d\mathbf{B}$ cuja magnitude é dada por

$$dB = \frac{\mu_0 di}{2r} = \frac{\mu_0}{2r} \left(\frac{q\omega r dr}{\pi R^2} \right).$$

Assim, o campo total é:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 q \omega}{2\pi R^2} \int_0^R dr = \frac{\mu_0 q \omega}{2\pi R}.$$

$$\begin{aligned} \mu &= \int A di = \int_0^R (\pi r^2) \frac{\omega q r dr}{\pi R^2} \\ &= \frac{\omega q}{R^2} \int_0^R r^3 dr \\ &= \frac{\omega q R^2}{4}. \end{aligned}$$