Exercícios Resolvidos de Física Básica

Jason Alfredo Carlson Gallas, **professor titular de física teórica,**
Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha
Universidade Federal da Paraíba (João Pessoa, Brasil)
Departamento de Física

Baseados na **SEXTA** edição do "Fundamentos de Física", Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: *http://www.fisica.ufpb.br/∼jgallas*

Contents

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para `jasongallas @ yahoo.com` (sem "br" no final...)

(`listaq3.tex`)

36 Interferência

36.1 A luz como uma onda

E 36-1 (40-1/4^a edição)

O comprimento de onda da luz amarela do sódio no ar é de 589 nm. (a) Qual é a freqüência da luz? (b) Qual é o comprimento de onda da luz em um vidro com um índice de refração de 1.52? (c) Use os resultados dos itens (a) e (b) para calcular a velocidade da luz no vidro.

► **(a)**

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{589 \times 10^{-9}} = 5.09 \times 10^{14} \text{ Hz}.$$

(b)

$$\lambda' = \frac{v}{f} = \frac{c/n}{f} = \frac{\lambda}{n} = \frac{589 \text{ nm}}{1.52} = 388 \text{ nm}.$$

(c)

$$\begin{aligned} v = \lambda' f &= (388 \times 10^{-9})(5.09 \times 10^{14}) \\ &= 1.97 \times 10^8 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

P 36-7 (40-11/4^a edição)

Na Fig. 36.3, duas ondas luminosas no ar, de comprimento de onda de 400 nm, estão inicialmente em fase. A primeira atravessa um bloco de vidro de espessura L e índice de refração $n_1 = 1.60$. A segunda atravessa um bloco de plástico com a mesma espessura e índice de refração $n_2 = 1.5$. (a) Qual é o (menor) valor de L para que as ondas saiam dos blocos com uma diferença de fase de 5.65 rad? (b) Se as ondas forem superpostas em uma tela, qual será o tipo de interferência resultante?

► **(a)** Suponha a fase de ambas ondas como sendo zero antes de atingir a superfície dos meios com diferentes índices de difração. A fase da primeira onda na superfície de trás do vidro é dada por $\phi_1 = k_1 L - \omega t$, onde $k_1 (= 2\pi/\lambda_1)$ é o número de onda e λ_1 é o comprimento de onda no vidro. Analogamente, a fase da segunda onda na superfície de trás do plástico é dada por $\phi_2 = k_2 L - \omega t$, onde $k_2 (= 2\pi/\lambda_2)$ é o número de onda e λ_2 é o comprimento de onda no plástico.
As freqüências angulares são as mesmas pois as ondas tem o mesmo comprimento de onda no ar e a freqüência da onda não muda quando ela entra em outro meio. A diferença de fase é

$$\phi_1 - \phi_2 = (k_1 - k_2)L = 2\pi\Big(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\Big)L.$$

Temos que $\lambda_1 = \lambda_{\text{ar}}/n_1$, onde λ_{ar} é o comprimento de onda no ar e n_1 é o índice de refração do vidro. Analogamente, $\lambda_2 = \lambda_{\text{ar}}/n_2$, onde n_2 é o índice de refração do plástico. Isto tudo fornece-nos uma diferença de fase

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{ar}}}(n_1 - n_2)L.$$

O valor de L que torna tal diferença igual a 5.65 é

$$\begin{aligned} L &= \frac{(\phi_1 - \phi_2)\lambda_{\text{ar}}}{2\pi(n_1 - n_2)} \\ &= \frac{5.65(400 \times 10^{-9})}{2\pi(1.6 - 1.5)} = 3.6 \times 10^{-6} \text{ m}. \end{aligned}$$

(b) 5.65 rad é menor do que $2\pi = 6.28$ rad, que é a diferença de fase para interferência completamente construtiva, e maior do que $\pi = 3.14$ rad, a diferença de fase para interferência completamente destrutiva. A interferência é portanto intermediária, nem completamente construtiva, nem completamente destrutiva. Ela está, entretanto, mais perto de ser completamente construtiva do que de ser completamente destrutiva.

P 36-8 (40-12/4^a edição)

As duas ondas na Fig. 36.3 têm um comprimento de onda de 500 nm no ar. Determine a diferença de fase em comprimento de onda, depois de as ondas atravessarem os meios 1 e 2, se (a) $n_1 = 1.5$ e $n_2 = 1.6$ e $L = 8.5$ μm; (b) $n_1 = 1.62$ e $n_2 = 1.72$ e $L = 8.5$ μm; (c) $n_1 = 1.59$ e $n_2 = 1.79$ e $L = 3.25$ μm; (d) Suponha que em cada uma destas três situações as ondas sejam superpostas numa tela. Descreva os tipos de interferência resultantes.

► A solução do problema baseia-se na seguinte expressão para a diferença de fase:

$$\begin{aligned} \Delta\phi = \frac{2\pi}{T}\Big|\frac{L}{v_2} - \frac{L}{v_1}\Big| &= \frac{2\pi}{T}\Big|\frac{L}{c/n_2} - \frac{L}{c/n_1}\Big| \\ &= \frac{2\pi L}{\lambda}\,|n_2 - n_1|. \end{aligned}$$

(a)

$$\frac{\Delta\phi_a}{2\pi} = \frac{8.5 \times 10^{-6}}{500 \times 10^{-9}}(1.6 - 1.5) = 1.7$$

(b)

$$\frac{\Delta\phi_b}{2\pi} = \frac{8.5 \times 10^{-6}}{500 \times 10^{-9}}(1.72 - 1.62) = 1.7$$

(c)

$$\frac{\Delta\phi_c}{2\pi} = \frac{3.25\times 10^{-6}}{500\times 10^{-9}}(1.79-1.59) = 1.3$$

(d) Como $\Delta\phi_b = \Delta\phi_a$, a intensidade deve ser a mesma nas situações (a) e (b). Por outro lado, como $\Delta\phi_c/(2\pi)$ e $\Delta\phi_a/(2\pi)$ diferem ambas de um número inteiro por 0.3, a intensidade no caso (c) também coincide com aquela de (a) e (b).

Surpreendente a interpretação e utilidade da parte fracionária dos números, não? Pois é!... :-)

P 36-9 (40-14/4^a edição)

Duas ondas luminosas no ar, de comprimento de onda 600 nm, estão inicialmente em fase. As ondas passam por camadas de plástico, como na Fig. 36.28, com $L_1 = 4$ μm, $L_2 = 3.5$ μm, $n_1 = 1.4$ e $n_2 = 1.6$. (a) Qual será a diferença de fase, em comprimentos de onda, quando as ondas saírem dos dois blocos? (b) Se as ondas forem superpostas numa tela, que tipo de interferência será observada?

► **(a)** O comprimento de onda $\lambda_0 = 600$ nm fora das camadas de plástico (i.e. no ar ou, aproximadamente, no vácuo) está relacionado com o comprimento de onda λ_n num meio com índice de refração n através da expressão $\lambda_n = \lambda_0/n$. Portanto, a diferença de fase em termos do comprimento de onda é dada por

$$\begin{aligned}
\phi &= \Big(\frac{L_2}{\lambda_0/n_2} + \frac{L_1 - L_2}{\lambda_0}\Big) - \Big(\frac{L_1}{\lambda_0/n_1}\Big) \\
&= \frac{1}{\lambda_0}\Big(L_2(n_2-1) + L_1(1-n_1)\Big) \\
&= \frac{1\ \mu\text{m}}{600\ \text{nm}}\Big[(3.5)(1.6-1) + (4)(1-1.4)\Big] \\
&= \frac{10^{-6}}{600\times 10^{-9}}\,(0.5) = \frac{5}{6} = 0.83.
\end{aligned}$$

(b) A interferência observada será intermediária, mais perto de destrutiva, uma vez que a diferença de fase em termos do comprimento de onda é 0.83, que é mais perto de 1 (interferência construtiva pura) do que de 0.5 (interferência destrutiva pura).

P 36-10 (40-13/4^a edição)

Na Fig. 36.3, duas ondas luminosas de comprimento de onda 620 nm estão inicialmente defasadas de π rad. Os índices de refração dos meios são $n_1 = 1.45$ e $n_2 = 1.65$. (a) Qual o menor valor de L para que as ondas estejam em fase depois de passarem pelos dois meios? (b) Qual o segundo menor valor de L para que isto aconteça?

► **(a)** Para resolver este problema usamos a mesma fórmula derivada na solução do problema 36-8 acima. Seja

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda}|n_1 - n_2| = (2n+1)\pi,$$

$n = 0, 1, 2, \ldots$, que fornece

$$\begin{aligned}
L_{\text{min}} = L|_{n=0} &= \frac{\lambda}{2|n_1-n_2|} \\
&= \frac{620}{2|1.45-1.65|} \\
&= 1550\ \text{nm} = 1.55\ \mu\text{m}.
\end{aligned}$$

(b) O próximo valor para estarem em fase ocorre para $n = 1$, o que fornece

$$L_1 = \frac{3\lambda}{2|n_1-n_2|} = 3(1.55\ \mu\text{m}) = 4.65\ \mu\text{m}.$$

36.2 O experimento de Young

E 36-11 (40-15/4^a edição)

Duas fendas paralelas, a 7.7 μm de distância uma da outra, são iluminadas com uma luz verde monocromática, de comprimento de onda de 550 nm. Calcule a posição angular (θ na Fig. 36.8 [40-9]) da franja clara de terceira ordem ($m = 3$) (a) em radianos e (b) em graus.

► **(a)** Da Eq. 36.14 [40-12] obtemos para $m = 3$

$$\begin{aligned}
\theta &= \text{sen}^{-1}\Big(\frac{m\lambda}{d}\Big) \\
&= \text{sen}^{-1}\Big(\frac{3(550\times 10^{-9})}{7.7\times 10^{-6}}\Big) = 0.216\ \text{rad}.
\end{aligned}$$

(b)

$$\theta = (0.216\ \text{rad})\Big(\frac{180^o}{\pi\ \text{rad}}\Big) = 12.37^o.$$

E 36-13 (40-18/4^a edição)

O experimento de Young é executado com luz azul-esverdeada de comprimento de onda de 500 nm. A distância entre as fendas é de 1.2 mm e a tela de observação está a 5.4 m das fendas. Qual é o espaçamento entre as franjas claras?

► A condição de máximo é d sen $\theta = m\lambda$, onde d é a separação das fendas, λ o comprimento de onda, m é um inteiro, e θ é o ângulo feito pelos raios que interferem e o eixo perpendicular à superfície contendo as fendas. Se θ é pequeno, sen θ pode ser aproximado por θ, em radianos. Neste caso temos $\theta d = m\lambda$ e a separação angular dos máximos adjacentes, um associado ao inteiro m e o outro associado ao inteiro $m+1$, é dada por $\Delta\theta = \lambda/d$. Com isto, a separação sobre uma tela a uma distância D é dada por

$$\begin{aligned}\Delta y = D\Delta\theta = \frac{\lambda D}{d} &= \frac{(500\times 10^{-9})(5.4)}{1.2\times 10^{-3}}\\ &= 2.25\times 10^{-3}\text{ m} = 2.25\text{ mm}.\end{aligned}$$

E 36-14 (40-21/4^a edição)

Em um experimento de Young, a distância entre as fendas é de 100 vezes o valor do comprimento de onda da luz usada para iluminá-las. (a) Qual é a separação angular em radianos entre o máximo de interferência central e o mais próximo? (b) Qual é a distância entre estes máximos se a tela de observação estiver a 50 cm de distância das fendas?

► **(a)** O máximo adjacente ao máximo central é o que corresponde a $m = 1$ de modo que

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \text{sen}^{-1}\Big(\frac{m\lambda}{d}\Big)\Big|_{m=1}\\ &= \text{sen}^{-1}\Big(\frac{(1)(\lambda)}{100\lambda}\Big) = 0.01\text{ rad}.\end{aligned}$$

(b) Como

$$y_1 = D\text{ sen }\theta_1 = (50\text{ cm})\text{ sen}(0.01\text{ rad}) = 5\text{ mm},$$

a separação é

$$\Delta y = y_1 - y_0 = y_1 - 0 = 5\text{ mm}.$$

P 36-19 (40-24/4^a edição)

Em um experimento de Young, a distância entre as fendas é 5 mm e as fendas estão a 1 m da tela de observação. Duas figuras de interferência podem ser vistas na tela, uma produzida por uma luz com comprimento de onda de 480 nm e outra por uma luz de comprimento de onda de 600 nm. Qual é a distância na tela entre as franjas de terceira ordem ($m = 3$) das duas figuras de interferência?

► Os máximos de um padrão de interferência de fenda dupla aparecem em ângulos θ dados por d sen $\theta = m\lambda$, onde d é a separação das fendas, λ o comprimento de onda, e m um número inteiro. Se θ for pequeno, sen θ pode ser substituido por θ em radianos. Neste caso, temos mais simplesmente que $\theta d = m\lambda$.
[Perceba que EVITAMOS escrever $d\theta = m\lambda$ para minimizar a possibilidade de confusão com algum *elemento diferencial de ângulo $d\theta$*. Uma notação coerente e apropriada salva muita gente na hora da prova.... :-)]
A separação angular dos dois máximos associados com comprimentos de onda diferentes mas com o mesmo valor de m é

$$\Delta\theta = \frac{m}{d}(\lambda_2 - \lambda_1)$$

e a separação Δy observada numa tela localizada a uma distância D é

$$\Delta y = D\tan\Delta\theta \approx D\,\Delta\theta = \Big(\frac{mD}{d}\Big)(\lambda_2 - \lambda_1).$$

Como usamos a aproximação $\tan\theta \approx \Delta\theta$, observe que $\Delta\theta$ deve estar em radianos.
Em números, temos,

$$\begin{aligned}\Delta y &= \Big[\frac{3(1.0)}{5\times 10^{-3}}\Big](600-480)\times 10^{-9}\\ &= 7.2\times 10^{-5}\text{ m} = 0.072\text{ mm} = 72\ \mu\text{m}.\end{aligned}$$

P 36-20 (40-27/4^a edição)

Na Fig. 36.29, S_1 e S_2 são fontes que produzem ondas em fase, de mesma amplitude e com o mesmo comprimento de onda λ. A distância entre as fontes é $d = 3\lambda$. Determine a maior distância a partir de S_1, ao longo do eixo x, para a qual as duas ondas se anulam totalmente por interferência destrutiva. Expresse esta distância em comprimentos de onda.

► Chamemos tal distância de x. Então

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi}{\lambda}\big(\sqrt{d^2 + x_m^2} - x_m\big) = (2m+1)\pi,$$

onde $m = 0, 1, 2, \ldots$. Consequentemente,

$$x_m = \frac{d^2}{(2m+1)\lambda} - \frac{(2m+1)\lambda}{4}.$$

O maior valor de x_m é obtido para $m = 0$:

$$x_0 = \frac{d^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} = \frac{(3\lambda)^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} = 8.75\lambda.$$

P 36-21 (40-28/4^a edição)

Um fino floco de mica ($n = 1.58$) é usado para cobrir uma das fendas em um experimento de Young. O ponto central da tela passa a ser ocupado pelo que era a sétima franja clara ($m = 7$) quando a fenda estava livre. se $\lambda = 550$ nm, qual é a espessura do floco de mica? (*Sugestão*: Considere o comprimento de onda da luz no interior do floco de mica.)

► Considere as duas ondas, uma de cada fenda, que produzem a sétima franja clara na ausência da mica. Elas estão em fase nas fendas e viajam distâncias diferentes até a sétima franja clara, onde a diferença de fase é $2\pi m = 14\pi$. Quando um floco de mica de espessura x é colocada na frente de uma das fendas e as ondas não estão mais em fase nas fendas. Nas fendas, suas fases diferem de

$$\phi = \frac{2\pi x}{\lambda_m} - \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{2\pi x}{\lambda}(n-1).$$

onde λ_m é o comprimento de onda na mica, n é o índice de refração da mica, e usamos relação $\lambda_m = \lambda/n$, λ sendo o comprimento de onda no vácuo.
Como as ondas estão agora em fase na tela, devemos ter

$$\frac{2\pi x}{\lambda}(n-1) = 14\pi,$$

donde tiramos que

$$s = \frac{7\lambda}{n-1} = \frac{7(550\times 10^{-9})}{1.58-1} = 6.64\times 10^{-6}\text{ m} = 6.64\ \mu\text{m}.$$

P 36-22 (40-32/4^a edição)

A luz de um laser com comprimento de onda de 632.8 nm passa por duas fendas localizadas em um tela na parte da frente de uma sala de aula, é refletida por um espelho situado a 20 m de distância, no fundo da sala, e produz uma figura de interferência na mesma tela que contém as fendas. A distância entre duas franjas claras adjacentes é 10 cm. (a) Qual é a distância entre as fendas? (b) O que acontece com a figura de interferência quando o professor cobre uma das fendas com um pedaço de celofane, aumentando de 2.5 o número de comprimentos de onda percorridos pela luz no trajeto que passa pelo celofane?

► **(a)** Aqui, use $\Delta y = D\lambda/d$ obtendo

$$d = \frac{\lambda D}{\Delta y} = \frac{(632.8\times 10^{-9})(2\times 20)}{0.10} = 0.253\text{ mm}.$$

Observe o fator 2 acima: ele é devido ao fato da luz *ir* e *voltar* através da sala! O "D" refere-se ao caminho óptico total.
(b) Neste caso a figura de interferência será deslocado. Por exemplo, como no local do máximo central original a diferença de fase é agora

$$\Delta\phi = \Delta(kL) = k\Delta L = \frac{2\pi}{\lambda}(2.5\lambda) = 5\pi,$$

existirá ali um mínimo em vez de um máximo.

36.3 Intensidade das franjas de interferência

E 36-24 (40-41/4^a edição)

Determine a soma $y(t)$ das seguintes funções:

$$y_1(t) = 10\text{ sen }\omega t \qquad \text{e} \qquad y_2(t) = 8\text{ sen }(\omega t + 30^o).$$

[Nota: perceba que neste enunciado escrevemos explicitamente a dependência temporal de cada grandeza, com o intuito de distinguir mais claramente as grandezas que variam no tempo daquelas que não variam.]

► Seguimos aqui o *problema resolvido 36.3*. Num instante de tempo t qualquer temos

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t).$$

Escolhendo $y_1(t)$ como referência, para $t = 0$ temos as seguintes componentes horizontal e vertical de $y(0)$

$$\begin{aligned} y_h &= 10\cos 0^o + 8\cos 30^o = 10 + 6.93 = 16.93,\\ y_v &= 10\text{ sen }0^o + 8\text{ sen }30^o = 0 + 4 = 4. \end{aligned}$$

A onda resultante tem uma amplitude y_R [que é *constante* no tempo] dada por

$$y_R = \sqrt{(16.93)^2 + 4^2} = 17.4,$$

e um ângulo de fase β em relação ao fasor $y_1(t)$ dado por

$$\beta = \text{ tg}^{-1}\Big(\frac{y_v}{y_h}\Big) = \text{ tg}^{-1}\Big(\frac{4}{16.93}\Big) = 13.29^o.$$

Portanto, a soma desejada é

$$y(t) = 17.4\text{ sen}(\omega t + 13.29^o).$$

P 36-27 (40-40/4^a edição)

S_1 e S_2 na Fig. 36.29 são fontes puntiformes de ondas eletromagnéticas com um comprimento de onda de 1 m.

As fontes estão separadas por uma distância $d = 4$ m e as ondas emitidas estão em fase e têm intensidades iguais. (a) Se um detector for colocado para a direita ao longo do eixo x a partir da fonte S_1, a que distância de S_1 serão detectadas os três primeiros máximos de interferência? (b) A intensidade do mínimo mais próximo é exatamente zero? (*Sugestão*: O que acontece com a intensidade da onda emitida por uma fonte puntiforme quando nos afastamos da fonte?)

► **(a)** Para atingir o detector, a onda que vem de S_1 viaja uma distância x, enquanto que a onda que vem de S_2 viaja $\sqrt{d^2+x^2}$. A diferença de fase das duas ondas é

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Big(\sqrt{d^2+x^2}-x\Big),$$

onde λ é o comprimento de onda. Para se ter um máximo de intensidade, tal $\Delta\phi$ deve ser um múltiplo de 2π, o que nos fornece a condição

$$\sqrt{d^2+x^2}-x = m\lambda,$$

onde m é um número inteiro. Escrevendo a equação acima sob a forma $\sqrt{d^2+x^2} = x+m\lambda$, elevando-a ao quadrado e simplificando o resultado, obtemos

$$x = \frac{d^2-m^2\lambda^2}{2m\lambda}.$$

O maior valor de m que produz um valor de x positivo é $m = 3$. Tal valor corresponde ao máximo mais próximo de S_1, localizado em

$$x = \frac{4^2-3^2(1)^2}{(2)(3)(1)} = \frac{7}{6} = 1.17 \text{ m}.$$

O próximo máximo ($m = 2$) esta localizado em $x = 3$ m. O máximo seguinte ($m = 3$) esta localizado em $x = 7.5$ m.

(b) Mínimos de intensidade ocorrem onde a diferença de fase é π rad. A intensidade no local do mínimo não é nula pois as amplitudes das ondas são diferentes. Embora as amplitudes sejam as mesmas nas fontes, as ondas viajam distâncias diferentes para chegar ao ponto de intensidade mínima, com cada amplitude decrescendo na proporção inversa da distância viajada.

36.4 Interferência em filmes finos

E 36-31 (40-47/4^a edição)

Uma onda luminosa de comprimento de onda de 585 nm incide perpendicularmente em uma película de sabão ($n = 1.33$) de espessura 1.21 μm, suspensa no ar. A luz refletida pelas duas superfícies do filme sofre interferência destrutiva ou construtiva?

► A reflexão na superfície anterior muda a fase de π, enquanto que a reflexão na superfície posterior não muda-a. Portanto a natureza da interferência dependerá apenas da mudança de fase sofrida *dentro* da película de sabão. Sabemos que a natureza da interferência é regida pelas equações:

$$\text{construtiva}: \qquad 2L = \Big(m+\frac{1}{2}\Big)\,\lambda_f,$$

$$\text{destrutiva}: \qquad 2L = m\,\lambda_f,$$

onde λ_f é o comprimento de onda dentro do filme de sabão, que obedece $\lambda_f = \lambda/n$, onde n é o índice de refreção da película de sabão e λ é o comprimento de onda no vácuo. Em outras palavras, equivalentemente às expressões acima (e já em termos das quantidades que o problema nos fornece), temos que

$$\text{construtiva}: \qquad 2Ln = \Big(m+\frac{1}{2}\Big)\,\lambda,$$

$$\text{destrutiva}: \qquad 2Ln = m\,\lambda,$$

Destas expressões vemos claramente que a natureza da interferência é determinada pelo valor da quantidade

$$\frac{2Ln}{\lambda} = \frac{2(1.21\times10^{-6})(1.33)}{585\times10^{-9}} = 5.5\,,$$

que nos diz ser $m = 5$ e a interferência *construtiva*.

► Eis aqui uma maneira talvez um pouco mais trabalhosa de obter o mesmo resultado.

A onda refletida pela superfície anterior sofre um mudança de fase de π pois incide do ar sobre um meio de maior índice de refração. A fase da onda refletida pela superfície posterior não muda na reflexão, uma vez que o meio fora dela é o ar, cujo índice de refração é menor do que o índice da película de sabão. Chamando de L a espessura da película, tal onda viaja uma distância $2L$ a mais do que a onda refletida na superfície anterior. A diferença de fase é $2L(2\pi/\lambda_f)-\pi$, onde λ_f é o comprimento de onda no filme. Sendo λ o comprimento de onda no vácuo e n o índice de refração da película de sabão, então $\lambda_f = \lambda/n$ e a diferença de fase é

$$\begin{aligned}\phi &= 2nL\Big(\frac{2\pi}{\lambda}\Big)-\pi\\ &= 2(1.33)(1.21\times10^{-6})\Big(\frac{2\pi}{585\times10^{-9}}\Big)-\pi\\ &= 10\pi \text{ rad.}\end{aligned}$$

Como a diferença de fase é um múltiplo par de π, a interferência é completamente construtiva.
Note que $10\pi = 5 \times (2\pi)$, fornecendo-nos $m = 5$, como acima obtido.

Perceba que as duas maneiras de tratar o problema provém de podermos colocar a ênfase ou na *diferença de fase* ou na *diferença entre as distâncias percorridas*, conforme a Eq. 36.28 [Eq. 40-25] do livro texto:

$$\begin{pmatrix}\text{diferença}\\ \text{de fase}\end{pmatrix} = \frac{2\pi}{\lambda}\begin{pmatrix}\text{diferença entre as}\\ \text{distâncias percorridas}\end{pmatrix}.$$

E 36-33 (40-48/4^a edição)

Uma onda luminosa de comprimento de onda de 624 nm incide perpendicularmente em uma película de sabão (com $n = 1.33$) suspensa no ar. Quais as duas menores espessuras do filme para as quais as ondas refletidas pelo filme sofrem interferência construtiva?

► Para interferência construtiva usamos a Eq. 36.34 [40-27]:

$$2n_2L = (m + \frac{1}{2})\lambda.$$

Os dois menores valores de L são aqueles correspondentes a $m = 0$ e $m = 1$, ou seja,

$$L_0 = \frac{\lambda/2}{2n_2} = \frac{624 \text{ nm}}{4(1.33)} = 117 \text{ nm} = 0.117\ \mu\text{m},$$

e, para $m = 1$,

$$L_1 = \frac{3\lambda/2}{2n_2} = 3L_0 = 3(0.117\ \mu\text{m}) = 0.351\ \mu\text{m}.$$

Perceba a utilidade e conveniência de estabelecer-se analiticamente que $L_1 = 3L_0$: evita-se refazer contas já feitas, reduz-se a possibilidade de errar, e ganha-se noção da magnitude relativa das grandezas em jogo. Acostume-se sempre a fazer álgebra (treinar seus neurônios!!) antes de precipitar-se para a calculadora!

E 36-34 (40-50/4^a edição)

Uma lente com índice de refração maior do que 1.3 é revestida com um filme fino transparente de índice de refração 1.25 para eliminar pr interferência a reflexão de uma luz de comprimento de onda λ que incide perpendicularmente à lente. Qual a menor espessura possível para o filme?

► Como a lente tem um índice de refração maior que o filme fino, existe um deslocamento de fase de π na reflexão da interface lente-filme, que cancela com o deslocamento de fase de π devido a reflexão da interface filme-ar. Portanto não existe nenhum deslocamento de fase *efetivo* e a condição para interferência destrutiva é

$$2n_2L = (m + \frac{1}{2})\lambda.$$

O menor valor de L é obtido para $m = 0$:

$$L_{\text{min}} = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{\lambda}{4(1.25)} = 0.2\ \lambda.$$

E 36-35 (40-52/4^a edição)

Os diamantes de imitação usados em jóias são feitos de vidro com índice de refração de 1.5. Para que reflitam melhor a luz, costuma-se revesti-los com uma camada de monóxido de silício de índice de refração igual a 2. Determine a menor espessura possível da camada para que uma onda de comprimento de onda de 560 nm e incidência perpendicular sofra interferência construtiva ao ser refletida pelas suas duas superfícies.

► A reflexão na superfície anterior muda a fase de π, enquanto que a reflexão na superfície posterior não muda-a. Portanto a natureza da interferência dependerá apenas da mudança de fase sofrida *dentro* da película de revestimento cujo índice de refração é $n = 2$, menor que o índice 1.5 do 'diamante'.
Reconhecemos que o problema é semelhante ao problema 36-31 (40-47) acima, com a natureza da interferência sendo regida pelas expressões

$$\text{construtiva}: \qquad 2Ln = \big(m + \frac{1}{2}\big)\,\lambda,$$

$$\text{destrutiva}: \qquad 2Ln = m\,\lambda,$$

Para termos interferência construtiva, com $m = 0$ vemos que a espessura do revestimento deve ser dado por

$$L = \frac{\lambda}{4n} = \frac{560 \times 10^{-9}}{4(2.0)} = 7 \times 10^{-8} \text{ m} = 70 \text{ nm}.$$

Perceba que a situação mudaria radicalmente se em vez de lidar com um diamante falso, com $n < 2.0$, estivessemos lidando com um diamante real, para os quais $n > 2.0$.

► A luz refletida pela superfície frontal do revestimento sofre uma mudança de fase de π rad, enquanto que a luz refletida pela superfície de tras não muda a fase. Sendo L a espessura do revestimento, a luz refletida pela superfície de tras viaja uma distância $2L$ a mais do que a luz refletida pela superfície frontal.

A diferença de fase das duas ondas é $2L(2\pi/\lambda_r) - \pi$, onde λ_r é o comprimento de onda da luz no revestimento. Se λ for o comprimento de onda no vácuo, então $\lambda_r = \lambda/n$, onde n é o índice de refração do revestimento. Portanto a diferença de fase é

$$2L\Big(\frac{2\pi n}{\lambda}\Big) - \pi.$$

Para interferência totalmente construtiva tal diferença de fase deve ser um múltiplo de 2π, ou seja,

$$2L\Big(\frac{2\pi n}{\lambda}\Big) - \pi = 2m\pi,$$

onde m é um número inteiro. Esta equação é um rearranjo da Eq. 36.34 [40-27]. A solução procurada é

$$L = \frac{(2m+1)\lambda}{4n}.$$

Para determinar a menor espessura do revestimento basta tomar $m = 0$. Neste caso, obtemos

$$L = \frac{\lambda}{4n} = \frac{560 \times 10^{-9}}{4(2.0)} = 7 \times 10^{-8} \text{ m} = 70 \text{ nm}.$$

Perceba que as duas maneiras de tratar o problema provém de podermos colocar a ênfase ou na *diferença de fase* ou na *diferença entre as distâncias percorridas*, conforme a Eq. 36.28 [Eq. 40-25] do livro texto:

$$\begin{pmatrix}\text{diferença} \\ \text{de fase}\end{pmatrix} = \frac{2\pi}{\lambda}\begin{pmatrix}\text{diferença entre as} \\ \text{distâncias percorridas}\end{pmatrix}.$$

P 36-43 (40-65/4^a edição)

Na Fig. 36.33, uma fonte de luz (de comprimento de onda de 683 nm) ilumina perpendicularmente duas placas de vidro de 120 mm de largura que se tocam em uma das extremidades e estão separadas por um fio de 0.048 mm de diâmetro na outra extremidade. O ar entre as placas se comporta como um filme fino. Quantas franjas claras são vistas por um observador que olha para baixo através da placa superior? [Nota: na 4^a edição do livro usa-se $\lambda = 680$ nm.]

► Considere a interferência das ondas refletidas pelas superfícies superior e inferior do filme de ar. A onda refletida pela superfície superior não muda a fase na reflexão, mas a onda refletida pela superfície de baixo muda a fase em π rad. Num lugar onde a espessura do filme de ar é L a condição para interferância totalmente construtiva é $2L = (m + 1/2)\lambda$, onde λ é o comprimento de onda e m é um número inteiro.

O maior valor de m para o qual L é menor do que 0.048 mm ($= 48$ μm) é $m = 140$, pois para tal valor de m encontramos

$$\begin{aligned} L = \frac{(m+1/2)\lambda}{2} &= \frac{(140.5)(683 \times 10^{-9})}{2} \\ &= 4.79 \times 10^{-5} \text{ m} = 47.9\ \mu\text{m}. \end{aligned}$$

Para $m = 141$ já encontramos mais que 0.048 mm ($= 48$ μm):

$$\begin{aligned} L = \frac{(m+1/2)\lambda}{2} &= \frac{(141.5)(683 \times 10^{-9})}{2} \\ &= 4.83 \times 10^{-5} \text{ m} = 48.3\ \mu\text{m}. \end{aligned}$$

Na extremidade mais fina do filme de ar existe uma franja branca associada com $m = 0$ e, assim sendo, no total temos $140 + 1 = 141$ franjas claras.

P 36-49 (40-72/4^a edição)

A Fig. 36.34a mostra uma lente com raio de curvatura R pousada em uma placa de vidro e iluminada de cima por uma luz de comprimento de onda λ. Associadas à espessura variável d do filme de ar, aparecem franjas de interferência circulares (os chamados *anéis de Newton*), como mostra a Fig. 36.34b. Determine os raios r dos círculos que correspondem aos máximos de interferência, supondo que $r/R \ll 1$.

► Considere o padrão de interferência formado pelas ondas refletidas nas superfícies superior e inferior da cunha de ar. A onda refletida da superfície de baixo sofre uma mudança de fase de π rad enquanto que a onda refletida pela superfície superior não muda a fase. Num local onde a espessura da cunha é d, a condição para um máximo de intensidade é $2d = (m + 1/2)\lambda$, onde λ é o comprimento de onda no ar e m é um inteiro. Portanto, $d = (2m + 1)\lambda/4$.
Da geometria da Fig. 36.34 temos $d = R - \sqrt{R^2 - r^2}$, onde R é o raio de curvatura da lente e r é o raio de um anel de Newton. Portanto

$$\frac{(2m+1)\lambda}{4} = R - \sqrt{R^2 - r^2},$$

ou, rearranjando,

$$\sqrt{R^2 - r^2} = R - \frac{(2m+1)\lambda}{4},$$

donde obtemos finalmente que

$$r = \sqrt{\frac{(2m+1)R\lambda}{2} - \frac{(2m+1)^2\lambda^2}{16}}.$$

Quando R é muito maior do que um comprimento de onda, o primeiro termo domina o segundo e temos

$$r = \sqrt{\frac{(2m+1)R\lambda}{2}}.$$

P 36-53 (40-84/4^a edição)

Na Fig. 36.35, um transmissor de microondas situado a uma altura a acima do nível da água de um lago transmite microondas de comprimento de onda λ em direção a um receptor na margem oposta, situado a uma altura x acima do nível da água. As microondas que são refletidas na água interferem com as microondas que se propagam diretamente através do ar. Supondo que a largura D do lago seja muito maior que a e x, e que $\lambda \geq a$, para que valores de x o sinal que chega ao receptor tem o máximo de intensidade possível? (*Sugestão*: A reflexão produz uma mudança de fase?)

►

Considere o diagrama acima. Como se ve, dois caminhos conduzem da fonte S até o receptor R: o caminho 1, direto de S para R, e o caminho 2, que sofre uma reflexão num ponto B sobre a superfície da água. Tal reflexão causa uma mudança de π na fase, de modo que a condição para recepção máxima é dada por

$$L_2 - L_1 = \big(m + \frac{1}{2}\big)\lambda, \qquad m = 0, 1, 2, \ldots,$$

onde $L_1 = |SR| = \sqrt{D^2 + (a-x)^2}$ e $L_2 = |SB| + |BR|$. Da figura vemos que $|SB| \equiv |IB|$, onde I é a imagem da fonte S quando refletida dentro da água. Obviamente, os pontos I, B e R estão todos sobre uma mesma linha reta. Portanto, $L_2 = |IB| + |BR| = |IR|$, onde $|IR|$ pode ser calculado usando-se o triângulo retângulo "dentro da água", com catetos D e $x + a$ e hipotenusa $|IR|$:

$$|IR| = \sqrt{|IA|^2 + |RA|^2} = \sqrt{D^2 + (a+x)^2}.$$

Quando $D \gg (a \pm x)$ podemos usar a aproximação

$$\sqrt{D^2 + (a \pm x)^2} \approx D\Big[1 + \frac{1}{2}\Big(\frac{a \pm x}{D}\Big)^2\Big],$$

de modo que a condição para recepção máxima reduz-se a

$$\begin{aligned} L_2 - L_1 &= D\Big[1 + \frac{1}{2}\Big(\frac{a + x}{D}\Big)^2\Big] \\ &\quad - D\Big[1 + \frac{1}{2}\Big(\frac{a - x}{D}\Big)^2\Big] \\ &\approx \frac{2ax}{D} = \big(m + \frac{1}{2}\big)\lambda, \end{aligned}$$

donde obtemos que

$$x = \big(m + \frac{1}{2}\big)\,\frac{\lambda D}{2a}.$$

36.5 O interferômetro de Michelson

E 36-55 (40-78/4^a edição)

Se o espelho M_2 de um interferômetro de Michelson (Fig. 36.17) é deslocado de 0.233 mm, isto faz com que as franjas se desloquem de 792 posições. Qual é o comprimento de onda da luz usada?

► Um deslocamento de uma franja corresponde a uma mudança de um comprimento de onda no tamanho do caminho óptico. Quando o espelho é deslocado de uma distância d, o caminho óptico muda de $2d$ pois a luz atravessa duplamente o braço que contém o espelho. Chamemos de N a quantidade de franjas deslocadas. Então $2d = N\lambda$, donde tiramos

$$\begin{aligned} \lambda = \frac{2d}{N} &= \frac{2(0.233 \times 10^{-3})}{792} \\ &= 5.88 \times 10^{-7}\ \text{m} = 588\ \text{nm}. \end{aligned}$$

P 36-57 (40-80/4^a edição)

Uma câmara selada, com 5 cm de comprimento e janelas de vidro é colocada em um dos braços de um interferômetro de Michelson, como na Fig. 36.36. Uma luz de comprimento de onda $\lambda = 500$ nm é usada. Quando a câmara é evacuada, as franjas se deslocam de 60 posições. A partir destes dados, determine o índice de refração do ar à pressão atmosférica.

► Seja ϕ_1 a diferença de fase das ondas nos dois braços quando a câmara contiver ar e ϕ_2 a diferença de fase quando a câmara é evacuada. Estas quantidades são distintas pois o comprimento de onda no ar é diferente do comprimento no vácuo. Sendo λ o comprimento de onda no vácuo, o comprimento de onda no ar é λ/n, onde n é o índice de refração do ar. Isto significa que

$$\phi_1 - \phi_2 = 2L\Big[\frac{2\pi n}{\lambda} - \frac{2\pi}{\lambda}\Big] = \frac{4\pi(n-1)L}{\lambda},$$

onde L é o comprimento da câmara. O fator 2 aparece pois a luz atravessa a câmara duplamente, primeiro indo para o espelho e depois voltando, após a reflexão.
Cada deslocamento de 1 franja corresponde a uma mudança na fase de 2π rad. Assim, se o padrão de interferência desloca-se de N franjas quando a câmara é evacuada, temos

$$\frac{4\pi(n-1)L}{\lambda} = 2N\pi,$$

donde tiramos

$$n-1 = \frac{N\lambda}{2L} = \frac{60(500\times 10^{-9})}{2(5\times 10^{-2})} = 3\times 10^{-4}.$$

Portanto $n = 1.0003$.